**计算卡组出场顺序的小程序**

本文目的：

我们设计了一套程序来帮助我们计算征服比赛中，如何选择卡组出场顺序，

在使用本程序之前，你必须输入卡组之间对抗的胜率。（它可以来源于天梯周报，也可以是你自己的理解）

//\*\*这是原理部分，距离面向一般水友的文章应该还差一步\*\*//

1. **程序的目的和意义**

**二、算法原理**

1、

假设阿泽有一套卡组（卡组名为泽1），刘四有一套卡组（卡组名为刘1）进行bo1比赛，其中阿泽的卡组打刘四的卡组胜率为a（0<a<1）,那么我们不难发现：

阿泽的策略为：1.0的概率使用泽1 （阿泽只有唯一的选择）

阿泽的收益为：有a的概率赢得比赛

*（说明：*

*①阿泽的收益等于阿泽的胜率，但我认为收益这个词更适合本文语境*

*②因为炉石比赛就是一个零和博弈的过程，所以阿泽的收益就是刘四的损失，下文就不对刘四的收益进行额外的赘述了）*

同理，假设阿泽有一套卡组（泽1），刘四有两套卡组（刘1、刘2）的话，其中阿泽的卡组打刘四的卡组胜率分别为a1、a2,而我们不难发现，刘四选择卡组出场顺序对最终结果没有任何影响，阿泽的胜率（我们用字母w表示）都是

w=1-（1-a1）\*（1-a2）

所以：

阿泽的策略为：1.0的概率使用泽1 （阿泽只有唯一的选择）

阿泽的收益为：有w的概率赢得比赛

同理，假设阿泽有一套卡组（泽1），刘四有m套卡组（刘1、刘2……刘m）的话，其中阿泽的卡组打刘四的卡组胜率分别为a1、a2……am,而我们不难发现，刘四选择卡组出场顺序对最终结果没有任何影响，阿泽的胜率（我们用字母w表示）都是

w=1-（1-a1）\*（1-a2）\*……（1-am）

所以有下面结论：

对于任何一个1\*m的博弈，

阿泽都有唯一策略：1.0的概率使用 泽1

阿泽都有明确的收益：有w的概率赢得比赛

//\*\*这段是简单的废话\*\*//

2、

//\*\*这段详细解释下2\*2博弈中的原理和公式\*\*//

阿泽和刘四都带了两套卡组,他们之间的胜率如下:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 刘1 | 刘2 |
| 泽1 | a | b |
| 泽2 | d | c |

（表一 胜率表 a、b、c、d是阿泽的卡组对抗刘四卡组的胜率）

在我之前的一片文章中犯了一个错误，那就是最大的追求第一场对局的胜率并不能最大化整场比赛的收益。

阿泽在这场比赛中，无外乎下面两个结局：

胜-胜

胜-负-胜

负-胜-胜

负-负

负-胜-负

胜-负-负

当阿泽赢得或者输掉一场对局后，会对接下来的对战产生影响。（因为我们是征服模式，赢得卡组就直接跑掉，输了的话还要继续使用）

所以我需要要重新制定一个表格，

我们可以发现，当双方进行完第一场对局后，至少有一方只剩下一个卡组，此时，另一方卡组出场顺序对结果没有影响，所以我们制定了下面的表格：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 双方的首发职业 | 刘1 | 刘2 |
| 泽1 | A | B |
| 泽2 | D | C |

（表2 最终收益表 ）

表格中的大写字母表示双方选择首发职业后最终的收益（也就是最终的胜率）

比如说如果阿泽首发了泽1卡组，而刘四首发了刘2卡组，那么阿泽第一场比赛的胜率为b，但是b并不是阿泽赢得整场比赛的胜率。

如果阿泽赢得第一场比赛，那么他的收益点在于：他剩下的泽2卡组只需要再赢一次就可以赢得最终的比赛。如果阿泽输掉第一场比赛，那么他的收益在于：他剩下的两套卡组都要击败对手的刘1卡组。所以B才是在这种情况下，阿泽的收益。

而字母的值很容易计算，就以A为例：

阿泽要赢有两个路径

泽1击败刘1，然后泽2在对抗刘1和刘2中至少赢一把；

泽1输给刘1，然后泽1和泽2都要击败刘2；

所以有：

A=a\*[1-(1-d)\*(1-c)]+(1-a)\*d\*c

同理，可以明确的计算出B、C、D。

进入到这个步骤的时候，我们就可以对表2使用纳什均衡，

P表示阿泽首发泽1的概率，w表示阿泽在纳什均衡下的最优解。

**P=(C-D)/(A-B+C-D)**

**W=(A\*C-B\*D)/(A-B+C-D)**

注：

①关于纳什均衡：这其实是个很简单的理论，在纳什均衡的位置，如果你的对手不改变策略，那么你完全不需要改变自己的策略。就像在加基森版本，海盗流、宇宙流、青玉流相互克制，但是在天梯大环境中，每种流派的比例都是很稳定的，这就是一种纳什均衡。

总之，除非你提前明确预知对手的策略，那你采用纳什均衡准没有错。

②上述两个公式的推到过程：

参考这本书https://www.math.ucla.edu/~tom/Game\_Theory/mat.pdf的2.2节

同时，在存在saddle point的情况下上述公式不成立，但我们的程序会检测时候存在这样的点。(saddle point:(1) aij is the minimum of the ith row, and (2) aij is the maximum of the jth column)

**小结**：在2\*2模式中，我们可以明确的计算出选手的最佳策略**p**和最终收益**W22**。

3、

现在扩展下上述内容。假设刘四多了一个卡组，进入2\*3模式，他们之间的优劣势对抗如下图：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 刘1 | 刘2 | 刘3 |
| 泽1 | a | b | e |
| 泽2 | d | c | f |

(表三 卡组胜率表 a b c d e f 应当为用户自行准备的已知数据 ）

而阿泽的收益也可以得出：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 刘1 | 刘2 | 刘3 |
| 泽1 | A | B | E |
| 泽2 | D | C | F |

（表四 每种策略下，最终收益表）

举例，计算E的方式：

如果第一局泽1赢了刘3，这时阿泽剩下一套卡组，刘四有三套，变成了上文“1”中的情形，那么他的收益为

E1= 1-（1-d）\*（1-c）\*（1-f）

如果第一局泽1输给了刘3，这是双方各剩下两套卡组，那么情况就变成了上文“2”中的情形，我们清楚的知道这个收益应当为

E2=W22 （在“2”中，已经完成W22的计算）

所以：

E=E1+E2

同理，我们可以计算出表四中的所有数据。

对表四求解纳什均衡，同样可以得到阿泽的最佳策略p和最终收益**W23**。

//\*\*

求解这样的纳什均衡我个人的方法是画图。。。。你应该有办法在电脑上计算吧\*\*//

同理，对于任意类似于表三的2\*m的模式，我们都可以用上述方法将之转化为2\*（m-1），当最终被我们压缩到2\*2模式之后，便可以使用之前的公式进行计算，再直接对最终收益表求解纳什均衡。

4、3\*3模式

现在他们的卡组对抗情况如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 刘1 | 刘2 | 刘3 |
| 泽1 | a | b | e |
| 泽2 | d | c | f |
| 泽3 | g | h | i |

我们将其转化为最终收益表的模式

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 刘1 | 刘2 | 刘3 |
| 泽1 | A | B | E |
| 泽2 | D | C | F |
| 泽3 | G | H | I |

（表六）

举例，计算I的方式：

如果第一局泽3赢了刘3，这时阿泽剩下两套卡组，刘四有三套，变成了上文“2”中的情形，那么他的收益为

I1=i\*W23 （W23是可计算的）

如果第一局泽1输给了刘3，这时阿泽剩下三套卡组，刘四有两套，那么情况就变成了上文“2”中的情形，我们清楚的知道这个收益应当为

I2=（1-i）\*W32 （W32也是可计算的）

所以：

I=I1+I2

再对表六求解纳什均衡，就可以得到阿泽的最佳策略p和最终收益**W33**.

//\*\*

话说如何直接求解3\*3的纳什均衡啊。晚上找了很多资料，不过都不太肯定。你应该知道吧

我这篇文章就差如何恰当的求解高维度的纳什均衡了

\*\*//

基于同样的模式，应当可以轻易的扩展为3\*4，4\*4.。。。m\*m

我觉得计算量扩展到4\*4问题不大吧，毕竟很多打比赛都是5ban1的，新闻搞大点

程序步骤为

1. 程序开始，系统弹出一个表格 用户输入所需计算的维度以及所有a，b……数据

2. 计算对应的A、B……生成表格X

一个m\*n表格中A的方法

A=a\*w（m-1）n+（1-a）wm（n-1） （ w后面的字母是下标，输入法打不出这个效果）

如果这个表格小到了2\*2模式，就可以直接使用上面的公式了。

1. 计算表格X的纳什均衡

对这个表格直接求纳什均衡的解就是我们最后的目标了，但是3\*3以上的还真不会，不过你应该有办法吧，我看网上说已经有成熟的算法了，但我还没具体找到，我今天再来找找。总之这步应该不会很难。

1. 输出玩家的最优策略p1、p2……以及收益w